

# Geometry of Numbers - 150th anniversary of H. Minkowski

Yuri Tschinkel

June 22, 2014 marked the 150th anniversary since the birth of Hermann Minkowski. These notes are a tribute to him and his work.

## 1 CV

### 1.1 Family

Hermann Minkowski was the offspring of a Jewish family, with roots in Eastern Europe. Among his ancestors was Baruch ben Jakob from Shklov, who became a judge in Minsk but then decided to pursue medicine. After extensive travels to England, Netherlands, and Germany, he returned to Belarus and died in Sluzk in 1812. In 1780 he published a translation of the first 6 volumes of Euclid from Greek to Hebrew, hoping to make this classical text more accessible. His grandson, Isaak ben Aaron (1788-1852), took the name Minkowski. He lived in a small town of Karlin (Pinsk), which was originally Polish, then Swedish, then Russian, and is now in Belarus. Isaaks grandson, Levin (1825-1884), a corn trader in Vilna, married Rahel, the daughter of a corn trader. They lived in Alexotas (Polish-Lithuanian, Prussian, Polish, Russian) and had 5 children: Max, Oscar, Fanny, Hermann, Toby. To escape rising antisemitism in tsarist Russia, the family moved to Königsberg.

In Königsberg, Minkowski enrolled in the *Altstädtisches Gymnasium*, where he obtained his Abitur at the age of 15. This elite high school was founded in 1525, it published its own proceedings and had an excellent library, which carried leading science journals of the time, including Crelle's *Journal für die Reine und Angewandte Mathematik* (which nowadays not that common even in mathematics institutes). This high school graduated some of the most influential minds, e.g., Hurwitz, Sommerfeld, and David Hilbert, one of Minkowski's schoolmates. Their friendship lasted a life time.

Minkowski continued his studies at the University of Königsberg (with Weber) and the Humboldt University in Berlin (Kummer, Kronecker, Weierstrass). He defended his thesis "Untersuchungen über quadratische Formen ..." in 1885. After the army service:

*... munter wie ein Fisch in seinem Element, hoffe ich, dass der Rest meiner Dienstzeit nur leichte vergnügte Stunden bringen wird.*<sup>1</sup>

---

<sup>1</sup>...happy like a fish in his element, I hope that the remaining service time will bring only light entertaining hours.

Minkowski held positions in Königsberg, then Bonn, then Zürich, and finally Göttingen, where he died of a ruptured appendicitis at the age of 44, in 1909.

At the time of Minkowski's life, the question of national identity occupied the minds of many. here is an excerpt from Nachrichten DMV

*Für jeden, der die Geschichte des Landes kennt, bedarf die deutsche Nationalität des Kopernikus keines Beweises; aber im Auslande scheint sie weniger bekannt zu sein.*

Antisemitism was widespread, not only in Russia. DMV did not acknowledge Minkowski's tragic death in 1909, nor his contributions. A moving obituary, by Hilbert, was published in Göttingen:

*For 6 years, every Thursday, punctually at 3pm, we took our mathematical walk; as we did last Thu. On Sunday he suffered a ruptured appendicitis, and he passed away on Tuesday noon; this Thu, again at 3pm, we have buried him.*<sup>2</sup>

*Minkowski ist es zu danken, daß nach Hermites Tode die Führerrolle in der Zahlentheorie wieder in deutsche Hände zurückfiel, und wenn man überhaupt bei einer solchen Wissenschaft, wie es die Arithmetik ist, die Beteiligung der Nationen an den Fortschritten und Errungenschaften abwägen will: wesentlich durch Minkowskis Wirken ist es gekommen, daß heute im Reiche der Zahlen die bedingungslose und unbestrittene deutsche Vorherrschaft statthat.*<sup>3</sup>

The grave of Minkowski and his brother Oskar (a surgeon and scientist, discovered the link between pancreas and diabetes) is at the cemetery Heerstrasse, Berlin-Charlottenburg. Until 2014, it was designated a Berlin Memorial grave, as can be seen from the red brick in the lower left corner of the picture.



<sup>2</sup> He died as he lived, as a philosopher. Several hours before his death he was still proofreading his papers. He deplored his fate as he could have done so much more; but he was also saying that his latest work on electrodynamics would perhaps benefit from his withdrawal.

<sup>3</sup>

In spite of intensive efforts by the Berlin mathematical community, the City Council decided not to extend this designation:

*Unter diesen Prämissen war die Sie – und andere – überraschende Entscheidung einer Nichtverlängerung, wie in anderen vergleichbaren Fällen, folgerichtig, denn bezüglich der hochverdienten Brüder Minkowski war eine solche Popularität, wie sie die Anerkennungskriterien unabdingbar verlangen, leider nicht feststellbar.*<sup>4</sup>

### 1.2 Education

received his Ph.D. in 1885

### 1.3 Career

*Die Vielseitigkeit seines Wissens geht auch aus der Liste der bis jetzt von ihm in Bonn und Königsberg gehaltenen Vorlesungen hervor, die fast den ganzen Umfang der heutigen mathematischen Forschung und ihrer Anwendungen auf Mechanik und Physik berühren. Ich will nicht versäumen hervorzuheben, daß der Eindruck, den der erst 32-jährige Mann auch außerhalb seiner Wissenschaft macht, ein ganz bedeutender und sehr sympatischer ist. (Letter to the Bundesrat, September 1896, reproduced in [2])*

## 2 Quadratic forms

In 1881 the French Academy announced a competition for the solution of a problem of Eisenstein on representations of integers as sums of five integer squares: establish a closed formula for the number of representations

$$m = x^2 + y^2 + z^2 + t^2 + u^2$$

In 1883, Minkowski was awarded the French Academy Prize for his solution of the Overnight, the 19-year old mathematician acquired international fame. There were, however, some rather remarkable circumstances surrounding the decision of the Academy.

### 2.1 Eisenstein

Ferdinand Gotthold Max Eisenstein was a brilliant mathematician, and widely acclaimed in Germany. Gauss supported his election to the Göttingen Academy, Dirichlet to the Berlin Academy. Alexander von Humboldt obtained funds to allow Eisenstein to travel to Italy to cure tuberculosis, but it was too late, Eisenstein died in 1852, at the age of 29.

Here is one of his problems, published in French in the Crelle journal; Minkowski had access to this journal through his Gymnasium.

<sup>4</sup>Untranslatable. The mayor resigned one month after his office sent this letter.

## 17.

### Note sur la représentation d'un nombre par la somme de cinq carrés.

(Par Mr. G. Eisenstein.)

Mr. Dirichlet, à la fin de son beau mémoire sur les formes quadratiques<sup>\*</sup>, à remarqué que par la combinaison de deux théories, dont on doit l'une à lui-même, l'autre à Mr. Gauss, on peut trouver des expressions très-simples et très-remarquables du nombre des représentations d'un entier donné par la somme de trois carrés. J'ai trouvé qu'il existe des formules absolument semblables pour le

#### 2.2 Henry Smith

I cannot resist an extended quote from an obituary in [?]:

*He was a tall, good-looking man, renowned for his charm, generosity, warmth, and spontaneous wit ...*

*It seemed however as if the world was in a conspiracy to force duties of every kind upon one whose talent was so flexible and whom men of all opinions agreed to welcome as a coadjutor.*

*... in 1877 he agreed to become the chairman of the new Meteorological Office ... This latter work was specially congenial, and the associates were so considerate and able as to give a charm to toil; and Henry Smith enjoyed the fortnightly visit to London, and the temporary rest from the turmoil of Oxford business.*

#### 2.3 Hermite

#### 2.4 Serre

### 3 Career

#### 3.1 Bonn

*Der Umgang hier mit meinen mathematischen Kollegen ist wirklich bejammenswert; der eine klagt über Migräne, so wie man  $a$  oder  $x$  sagt; bei dem anderen tritt innerhalb von fünf Minuten die Frau dazwischen, um dem Gespräch eine andere Wendung zu geben.*

#### 3.2 Zurich

*In Zürich selbst ist es, wie Du Dir denken kannst, wunderschön. Gesellschaftlich hält man sich dort sehr wenig zusammen, jeder geht seiner Wege.<sup>5</sup>*

*Auch die eigentlichen Mathematiker, deren Zahl aber sehr gering ist, sind durch alle Collegien, die sie sonst hören müssen, so in Anspruch genommen, daß sie nur genießen können, was ihnen zerschnitten und zerlegt nach gewaltsamer Öffnung des Mundes eingetrichtert wird.*

*gesteht nach gewaltsamer Öffnung des Mundes eingetrichtert wird. Hurwitz selbst hat hierbei*

<sup>5</sup>Zurich, as you can imagine, it is beautiful. Socially, people are little attached, everyone goes his own ways.

#### 4 Hilbert's problems

*Zürich 5.01.1900 Am anziehendsten würde der Versuch eines Vorblicks auf die Zukunft sein, also eine Bezeichnung der Probleme, an welche sich die künftigen Mathematiker machen sollen. Hier könntest Du unter Umständen erreichen, dass man von Deiner Rede noch nach Jahrzehnten spricht. Doch ist das Prophezeihen natürlich eine schwierige Sache. ... Themata mehr philosophischer Natur sind vielleicht besser für ein deutsches Publikum, als das internationale geeignet.*

*Ich kann Dir nur zu der Rede Glück wünschen, sie wird sicher das Ereignis des Congresses bilden und der Erfolg wird ein sehr nachhaltiger sein. Namentlich glaube ich, dass Deine Anziehungskraft auf junge Mathematiker, durch diese Rede, die wohl jeder Mathematiker ohne Ausnahme lesen wird, wenn überhaupt möglich noch wachsen wird.*

#### Literatur

- [1] H. Zassenhaus, Briefe von Minkowski an Hilbert
- [2] U. Stambach, *Die Berufung von Hermann Minkowski an das Eidgenössische Polytechnikum in Zürich*