

בוחר במתמטיקה בדידה

2005/4/15

מרצה: עודד רגב
משך הבוחן: שעתיים
אסור השימוש בכל חומר עזר
הקפידו לנמק את כל תשובותיכם בפירוט

- (א) כמה אברים יש ל- $\{\{\{\phi\}\}\}$? ל- $P(\{1,1\})$?
(ב) האם מתקיים $\{\phi\} \subseteq \phi$? $\phi \in \{\{\phi\}\}$? הסבר.
(ג) רשום את $\{A \in P(\{3,5\}) \mid A \subseteq A\}$ במפורש.
(ד) הוכח או הפרד: לכל קבוצה A מתקיים $P(A \times A) \cap P(A) = \phi$.
- נגיד שפונקציה $f: A \rightarrow B$ היא פונקציה 2 ל-1 אם מתקיימת התכונה הבאה: לכל $y \in B$ קיימים לכל היותר שני אברים $x \in A$ שמקיימים $f(x) = y$.
 - רשום דוגמא לפונקציה מ- $\{1,2,3,4\}$ ל- $\{1,2,3\}$ שהיא 2 ל-1 ודוגמא לפונקציה שהיא לא 2 ל-1.
 - הצרך את הפסוק " $f: A \rightarrow B$ היא פונקציה 2 ל-1" ושולל אותו.
 - תהיינה $f: A \rightarrow B, g: B \rightarrow C$. הוכח או הפרד: אם f, g הן שתיהן 2 ל-1 אז $g \circ f$ היא 2 ל-1.
 - תהיינה $f: A \rightarrow B, g: B \rightarrow C$. הוכח או הפרד: אם $g \circ f$ היא 2 ל-1 אז f היא 2 ל-1.
 - תהיינה $f: A \rightarrow B, g: B \rightarrow C$. הוכח או הפרד: אם $g \circ f$ היא 2 ל-1 אז g היא 2 ל-1.
- (א) רשום או שרטט את כל יחסי הסדר (החלשים) על הקבוצה $\{1,2,3\}$ (יחס סדר חלש הוא יחס רפלקסיבי, אנטי-סימטרי וטרנזיטיבי).
 - הוכח או הפרד: קיים יחס על הקבוצה \mathbb{R} שהוא סימטרי, אנטי-סימטרי ולא טרנזיטיבי.
 - על הקבוצה $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ נגדיר את היחס
$$R = \{(f, g) \in (\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}) \times (\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}) \mid \forall x \in \mathbb{R}. f(x) > g(x) + 1\}$$
האם זהו יחס רפלקסיבי, אנטי-רפלקסיבי, סימטרי, אנטי-סימטרי, טרנזיטיבי? נמק.
- בשאלה זו, A היא קבוצה כלשהי, f היא פונקציה מ- A ל- A , ו- i_A היא פונקציית הזהות על A .
 - הוכח או הפרד: כל f שמקיימת $f \circ f = i_A$ היא פונקציית שקילות.
 - נגדיר יחס R_f על הקבוצה A על ידי
$$R_f = \{(x, y) \in A \times A \mid x = y \vee f(x) = y\}.$$
הוכח שלכל f שמקיימת $f \circ f = i_A$ הוא יחס שקילות.
 - עבור f שמקיימת $f \circ f = i_A$, תאר את מחלקות השקילות של R_f ואת קבוצת המנה A/R_f .
 - הוכח או הפרד: לכל פונקציית שקילות $f: A \rightarrow A$, היחס R_f שמוגדר בסעיף (ב) הוא יחס שקילות.

בהצלחה!!!