

### שאלה 1

יהיו  $B = \bigcup_{x \in A} P(x)$ ,  $A = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}$   
תהי  $M$  קבוצת כל היחסים הסימטריים והאי-רפלקסיביים על הקבוצה  $B$ .  
חשב את:  $\{f \in M \rightarrow M \mid \forall T \in M. f(T) \neq T\}$

### שאלה 2

תהי  $a$  עוצמה המקיימת את התנאי:  
לכל קבוצה  $A$  וקבוצה  $B$  אם  $A \subset B$  ו-  $|A| = a$  וכן  $|B| > a$  אזי,  $|B - A| > a$ .  
הוכיחו: (א)  $a + a = a$ .  
(ב) אם  $A \subset B$  ו-  $|A| = a$  וכן  $|B| > a$  אזי,  $|B - A| = |B|$ .

### שאלה 3

הוכיחו או הפריכו הטענות הבאות:

(א)  $\lambda x \in R. \{x\} \in \{f \in R \rightarrow R \mid \forall x \in R. f(x) = 1\}$

(ב)  $\lambda x \in R. 3^x \in \{f \in R \rightarrow R \mid \exists y \in \{x \in R \mid x \leq 0\}. y \in \{f(x) \mid x \in R\}\}$

(ג)  $P(\{3n \mid n \in N\}) \subset \{A \in P(N) \mid |A| = |A \cap \{3k \mid k \in N\}|\}$

### שאלה 4

(א) יהי  $T = \langle V, E \rangle$  עץ על  $n \geq 2$  צמתים. נגדיר:  $L = \{x \mid x \in V \wedge \deg(x) = 1\}$ .  
הוכיחו כי  $\forall y \in V. |L| \geq \deg(y)$ .

(ב) יהי  $G = \langle V, E \rangle$  גרף פשוט שבו  $n > 1$  צמתים. הוכיחו כי אם:  $|E| > \binom{n-1}{2}$   
אזי  $G$  קשיר.

### שאלה 5

- (א) בכמה תמורות של המספרים  $1, 2, \dots, 2n$  המספר  $n$  נמצא לשמאלו (לאו דווקא צמוד) של המספר  $2n$  ?
- (ב) בכמה תמורות של המספרים  $1, 2, \dots, 20$  כל הזוגות  $(2,3)(3,4)(7,8)$  מתפרקים ?
- הגדרה: נאמר שהזוג  $(x, y)$  מתפרק אם  $y$  לא מופיע מייד ליד  $x$  מימינו. למשל: בתמורות  $(1,3,2)$ ,  $(2,1,3)$  של  $(1,2,3)$  הזוג  $(2,3)$  התפרק.
- (ג) כמה עצים על  $n \geq 4$  צמתים הממוספרים במספרים  $\{1, 2, \dots, n\}$  ישנם עם  $n-4$  צמתי-קצה (עלים) ?

### שאלה 6

- הסדרה  $\{a_n\}$  מקיימת את כלל הנסיגה:  $a_n = a_{n-1} + 2^{n-1}$ ,  $(n \geq 1)$   
והסדרה  $\{b_n\}$  מקיימת את כלל הנסיגה:  $b_n = 4b_{n-1} - 4b_{n-2}$ ,  $(n \geq 2)$   
מצאו ערכי התחלה:  $a_0, b_0, b_1$  המבטיחים כי:  $a_n = b_n$ ,  $\forall n \geq 0$ .