

סמסטר א' תשנ"ח
מועד מיוחד 8.4.98

כתבטיקה בדידה
אברון, הירשפלד, טרסי

משך הבחינה שלוש שעות.
להוציא דפי נוסחאות הכצורפים לבחינה, השימוש בחומר עוד, או במחשבון, אסור.
יש לענות על חמש וולא יותר (בתוך שש השאלות ולהציג להן פתרון מלא ומנומק.
השאלות שוות בערךן, 20 נק' לכל שאלה, חכוקת הזקודות בין הסעיפים ממרטת בגוף הבחינה.
הסמלים N, R, Q מיוצגים את קבוצות הניספרים החישיים, הטבעיים והרציונליים, בהתאכה.

1. [4 נק' לכל סעיף] חשב את עוצמת כל אחת מהקבוצות:

- א. $Q \rightarrow (R \rightarrow N)$
- ב. קבוצת כל היחסים כ- $N \rightarrow R$
- ג. קבוצת מחלקות השקילות של היחס $\{(x,y) \mid x-y \in N\}$ ב- R
- ד. יחס הזהות ב- $Q \rightarrow (N \rightarrow R)$ (יחס בקבוצה נקרא גם יחס על הקבוצה)
- ה. קבוצת הסדרות $\{f \in N^N \mid f \circ f \circ f = I_N\}$ (זהות q כסומנת גם I_q)

2.

נתון $S = \{(f, g) \in (R \rightarrow R)^2 \mid fog = gof\}$ נתון

- א. (10 נק') האם S היא שקילות?
- ב. (10 נק') מה העוצמה הגדולה ביותר של קבוצת מחלקות השקילות של יחס שקילות בקבוצה $R \rightarrow R$ המכיל את S ?

3. הצג הוכחה מלאה לוחות האריתמטיות: $\alpha^{\beta \gamma} = (\alpha^\beta)^\gamma$ לכל שלוש עוצמות α, β, γ .

4. א. (12 נק') בכמה סדרות באורך k מעל $\{0,1,2\}$ אין שני אברים זוגיים סמוכים?
ב. (8 נק') נסמן ב- b_k את מספרן של סדרות כאלה באורך k לכל היתר, הצג ביטוי סגור לפונקציה היוצרת $\sum_{k=0}^{\infty} b_k x^k$ (אינך נדרש לחשב את b_k).

5. נגדיר: $F = \lambda f. f: N \rightarrow (R \rightarrow R), \lambda g. N \rightarrow R, \lambda n \in N. (f(n)) (g(n))$
א. (10 נק') כצאי תחיל וסיוח של F
ב. (10 נק') חשבי את $(F(\lambda n \in N, \lambda x \in R, x^k)) (\lambda n \in N, n^k)$ משסי את התוצאה ככל שניתן

6. א. (12 נק') חוכח כי בכל צביעה של קשתות הגרף השלם K_n במחית כ- $\lfloor n/2 \rfloor$ צבעים יש מעול שכל הקשתות שלו באותו צבע.
ב. (8 נק') האם סימית צביעה של קשתות הירף השלם K_n ב- $\lfloor n/2 \rfloor$ צבעים כך שאין מעול שכל הקשתות שלו באותו צבע?

$\inf 3ne$