

מתמטיקה בדידה
א. אברון, מ. טרסי, גי. מיוזלס

סנסטר א' תשנ"ו
מועד א' 7.2.95

משך הבחינה שלוש שעות. מותר השמוש בכל חומר עזר. השאלות שוות בערך - 20% לשאלה.
שים לב לאפשרויות הבחירה, כמפורט בגוף הבחינה. אין לענות על שאלות מעבר לנדרש.

כדי להבטיח בדיקה מסודרת של הבחינה, השאר מקום פנוי בראש העמוד הראשון ורשום בו,
עם סיום עבודתך, את מספרי השאלות שפתרת.

ענה על שלוש מהשאלות 1 עד 5.

1. בלא שימוש בסימון השלילה " ~ ", הצג נוסח מוצרן חלופי לפסוק הבא:
$$\sim (\exists x \in \mathbb{Q} \forall y \in \mathbb{Q} ((y^2 < 2 \Rightarrow x^2 > y^2) \wedge (\forall \varepsilon > 0 \exists z \in \mathbb{Q} (z^2 < 2 \wedge z > x - \varepsilon))))$$

האם זהו פסוק אמת? נמק. (Q - קבוצת המספרים הרציונליים).

2. חשב את עצמת קבוצת הפונקציות: $\{f \in \mathbb{R}^{\mathbb{R}} \mid x \in \mathbb{Q} \Rightarrow f(x) = x\}$
(R היא קבוצת המימשיים ו-Q קבוצת הרציונליים).

3. קבוצה A מוגדרת על ידי: $A = \{a, \phi, \{a\}\}$
חשב את הקבוצה: $P(A) \cap P(P(A))$

4. תהי S קבוצת כל היחסים על הקבוצה {1,2} ותהי B קבוצה, שעצמתה 17.
חשב את עצמת קבוצת הפונקציות מ-B על S.

5. שתי פונקציות f ו-g מ-R ל-R תקראנה "סמוכות" אם לכל x ממושי $|f(x) - g(x)|$
הוא מספר שלם שספרת היחידות שלו (בכתיב עשרוני רגיל) היא 0 או 1 או 9.

(א) האם יחס הסמיכות, כמוגדר לעיל, הוא יחס שקילות? נמק.

(ב) יהיה S יחס שקילות על קבוצת הפונקציות מ-R ל-R, שהוא תת-קבוצה של יחס
הסמיכות. מהי עצמת קבוצת מחלקות השקילות של S? נמק.

7.2:95
 '16 סגמט
 '11 סגמט

ענה על שתיים מהשאלות 6 עד 12.

6. בכמה מילים באורך k , מעל האייב $(1,2,3)$, אין שהי הופעות רצופות של הסיפרה 1.

7. שאלה זו אינה מומלצת לקבוצת המרצה מייזלס. בכמה תמורות של המספרים $1,2,3,4,5,6,7,8$ אין לא אחד מהמספרים $1,2,3,4$ נמצא במקומו הטבעי? 1/18

8. השאלה אינה מומלצת לקבוצת המרצה אברון. נתונים שני עצים, (V, E_1) ו- (V, E_2) , בעלי אותה קבוצת קדקדים V . איחוד שני העצים הוא הגרף $G = (V, E)$, שקבוצת הקשתות שלו היא האיחוד $E = E_1 \cup E_2$. הוכח כי יש ב- G קדקוד שדרגתו אינה עולה על שלוש. עצה: שים לב למספר הקשתות.

9. השאלה אינה מומלצת לקבוצת המרצה טרסי. סדרה שאברה הכללי a_n , מוגדרת באמצעות: $a_0 = a_1 = 0$ ולכל $n \geq 2$
 $a_n = 6a_{n-1} - 9a_{n-2} + 4 \cdot 3^n$. מצא ביטוי סגור ל- a_n .

10. השאלה אינה מומלצת לקבוצת אברון וטרסי. בסדרה שאברה הכללי a_n , $a_0 = 0$, $a_1 = 1$ מתקיים לכל $n \geq 2$

$$a_n = \frac{1}{2}(a_0 a_{n-1} + a_1 a_{n-2} + \dots + a_{n-2} a_1 + a_{n-1} a_0)$$

תחום:

$(\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R})^{\mathbb{R}}$

אנו: מכניסים אשטין $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$
 אבר $x \in \mathbb{R}$ ו- $f(x)$
 אבר $(f(x))(x)$ ו- $f(f(x))$

$\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

11. השאלה אינה מומלצת לקבוצת מייזלס וטרסי. נגדיר $H = \{f \in \mathbb{R} \rightarrow (\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}) \mid \lambda x \in \mathbb{R}, (f(x))(x)\}$
 אז מה התחום של H וכמה הטווח שלה? 1/18

- (א) פשטי (נמקי צעדיך)
 (ב) $H(Cu(-)(3))$, כאשר - היא פונקציה ההיכור ו Cu היא פונקציה $Cu(x) = x^2$
 (ג) $H(\lambda a \in \mathbb{R}, g_0)$, כאשר g_0 פונקציה נתונה מ- \mathbb{R} ל- \mathbb{R}

(א) האם H על?

12. השאלה אינה מומלצת לקבוצת אברון ומייזלס. האבר הכללי של סדרה מוגדר עיני $a_k = \binom{0+3}{4} + \binom{1+3}{4} + \binom{2+3}{4} + \dots + \binom{k+3}{4}$
 מצא את הפונקציה היוצרת הרגילה של הסדרה והציג באמצעותה ביטוי סגור ל- a_k . עצה: חשב ורשום לפניך כמה מהמחזורים הראשונים.

בתחילתו