

אוניברסיטת תל אביב
הפקולטה למדעים מדוייקים
ביה"ס כמתמטיקה

9.10.94
סמסטר א'

מבחן במתמטיקה בדידה

ארנון אברון
ג'ודי מייזכס

משך הבחינה - 3 שעות.
מותר השימוש בכך חומר עזר כתוב.
ענה על שתי שאכות חובה ועל שכוש מתוך ארבע שאכות בחירה. כתוב
תשובתך ככל שאכה בעמוד נפרד.
ב ה צ כ ח ה !

חלק א (חובה) - ענה על שתי השאכות הבאות:

1. הוכח ישירות (ג"י בניית פונקצית שקיכות) כי הקבוצות
($A \rightarrow (B \rightarrow C)$) ו- ($(A \rightarrow C) \rightarrow B$) הן שוות עוצמה.

2. תהי $A = \{0, \{0\}\}$ ותהי $f \in A \rightarrow A$ פונקציה המוגדרת ע"י
 $f(0) = \{0\}$
 $f(\{0\}) = 0$

א. הראה כי קיימת כ- f פונקציה הפכית.

ב. מצא את $f^{-1}(\{0\})$ בשתי משמעויות: במשמעות שכ $\{0\} \in A$
וכן במשמעות שכ $\{0\} \subset A$

ג. מצא את $f^{-1}(0)$ ואת $f^{-1}(\{0\})$.

ד. חזור על סעיף ב' עבור פונקציית הזהות על A .

9.10.94

% CONO

חלק ב (בחירה) - ענה על שלוש מתוך ארבע השאלות הבאות:

3. תהי N קבוצת המספרים הטבעיים: $0, 1, 2, \dots$
 ותהי $N^+ = \{n \in N \mid n > 0\}$.
 א. הראה כי $N^+ \rightarrow N^+$ (קבוצת הפונקציות החקיות מ- N^+ ל- N^+)
 שקולה ל- N^{N^+} (קבוצת הפונקציות הטוטליות מ- N^+ ל- N).

ב. הראה כי $|N^+ \rightarrow N^+| = 2^{N^0}$ (עצמה)

4. נתון כוח משבצות $n \times 1$ ואבנים בשני גדלים: קטנות 1×1
 וגדולות 2×1 .

נסמן ב- a_n את מספר הדרכים לכסות את הכוח באבנים כך שאין
 מניחים שתי אבנים גדולות זו ליד זו.

א. מצא נוסחת רקורסיה ל- a_n ותנאי התחלה מספיקים.
 (אין צורך לפתור את המשוואה).

ב. מצא את a_8 .

5. הוכח או הפרך:

א. $P(W) = P(V) \Rightarrow W = V$

ב. $P(W) \subseteq P(V) \Rightarrow W \subseteq V$

ג. $W \subseteq V \Leftrightarrow P(W) \subseteq P(V)$

ד. $|P(N^N)| > |P(N)|$ (עצמה)

6. פתור: א. $h_n = 2h_{n-1} + 2^n \cdot n$

$h_0 = 1$

ב. $h_n = 2h_{n-1} - h_{n-2} + 2$

$h_0 = 1$

$h_1 = 0$