

MAT562 : Exercices supplémentaires

1. Déterminer les composantes irréductibles de la variété projective suivante :
 $\{[x_0 : x_1 : x_2 : x_3] \in \mathbb{P}_k^3, x_0x_1 - x_2x_3 = x_0x_2 - x_1x_3 = 0\}$.
2. (a) Soit $E/\mathbb{F}_2$ définie par $y^2 + y = x^3 + x$. Déterminer le groupe $E(\mathbb{F}_2)$.
(b) Soit $E/\mathbb{F}_3$ définie par $y^2 = x^3 - x + 2$. Déterminer le groupe $E(\mathbb{F}_3)$.
(c) Montrer que les courbes ci-dessus sont supersingulières, mais que dans les deux cas $p + 1 - \#E(\mathbb{F}_p)$ n'est pas nul ($p = 2, 3$ respectivement).
3. Déterminer le rang de la courbe elliptique $E/\mathbb{Q}$ définie par l'équation $y^2 = x(x - 12)(x - 36)$.