Két helyen egyszerre
(Emlékek Erdős Pálról)

Pach János

Ha az elmúlt húsz évben valaki belépett az MTA Matematikai Kutató Intézetének Reáltanoda utcai épületébe, könnyen megállapíthatta, hogy Erdős Pál Budapesten van-e. Ha igen, akkor az igazgatói iroda nagy fekete ajtaja tárva-nyitva állt, és sürögtek-forogtak előtte az emberek. Egy titkárnő épp Erdős legfrissebb kéziratát gépelte, és léptennyomon segítségre szorult a jellegzetes, szálkás betűk megfejtésében. Egy másik folyamatosan hívta a légitársaságokat, és E.P. soronkövetkező útjának szervezésével foglalkozott. A könyvtárosok az általa megrendelt cikkeket keresték ki a különböző folyóiratokból, es szaladtak az emeletre lefénymásolni őket. És közben jöttek a barátok, munkatársak, hogy ott folytassák vele a munkát, matematikai diskurzust, ahol az előző nap – vagy néha hónapokkal korábban – félbeszakadt. Ő pedig ült az igazgatói bársonyszékben és telefonált. E.P. majdnem mindig telefonált. Vagy éppen tárcsázott. Vagy a postát szidta, mert minden vonal foglalt. Érdekes, hogy egy-egy beszélgetése nem tartott soká. Néhány gyors kérdés után általában elmondta, hogy egy problémával kapcsolatban milyen gondolata támadt mióta beszélgetőpartnerétől elvált. Aztán felsorolta azokat a helyeket és telefonszámokat, melyeken a nap hátralévő részében elérhető. Az teljesen természetes volt, hogy többnyire az igazgatói irodában tartózkodott. Ott közelebb voltak a titkárnők, kényelmesebbek a fotelok, és közvetlenül lehetett külföldre telefonálni. Az intézet mindenkori igazgatói pedig egytől-egyig személyes jóbarátai voltak, akik örömmel engedték át neki a terepet. Végül is Erdős Pál egyeduralkodó volt. Századunk matematikájának egyik legragyogóbb csillaga, akinek a magyar és nemzetközi matematikai életre gyakorolt páratlan hatása ma még teljes egészében fel sem mérhető.

1 A nagy szimultán

A legtöbb közönséges halandó azt sem tudja, hol áll a feje, ha sokan tolonganak az ajtajánál. De E.P. feje mindig a helyén volt. Borzasztóan büszke volt arra, hogy egyszerre többféle dolgot is tud csinálni. Mondjuk politikáról társalogni egy vendéggel, közben különböző matematikai kérdéseket boncolgatni két másikkal, és könyvet olvasni. Néha kisebb feszültséget keltett, amikor – ötödik párhuzamos tevékenységként – hozzájött ehhez a vacsorázás is. Körben ült a tekintélyes vendégsereg, épp az első fogáshoz készülődtek, amikor E.P. felugrott és felhívott valakit, akivel aznap dolgozott. Gyorsan elmondta egy hirtelen támadt ötletét, ami talán a megoldás kulcsa. A házigazdának pedig fel lett adva a lecke! A vendégsereg távozása után arról győzködhette hitvesét, hogy E.P. nem modortalan, és senkit sem akart megbántani. Valóban, a maga módján rendkívül érzékeny és figyelmes volt. Ha barátai és munkatársai közül bárkit valami komoly baj vagy csapás ért, E.P. azonnal telefonált, vigasztalta és segíteni próbált. De szemében a matematika oly magasan felette állt a köznapi dolgoknak, hogy néha egyszerűen képtelen volt ellenállni a kisértésnek.

Ismerőseit elkápráztatta azzal, hogy minden telefonszámot fejből tudott. Rengeteg dolgozata jelent meg, de ha bármelyik tételéről kérdezték, rögtön rávágta, hogy melyik folyóirat hányadik számában jelent meg. Még az oldalszámra is pontosan emlékezett. De nemcsak a számmemóriája volt szédületes. Édesapám valamikor az ötvenes évek végén a mátraházai akadémiai üdülőben bemutatta neki egyik történész kollégáját, Elekes Lajost. E.P., akit úgyszólván minden érdekelt, azonnal beszélgetésbe elegyedett vele. Szokásához híven így indította a társalgást: "Mondja, maga mivel foglalkozik?". Amint kiderült, hogy Elekes Hunyadiról ír könyvet, hosszasan kérdezgetni kezdte az 1444. évi várnai vereség okairól. A beszélgetés aztán – talán az ebéd miatt – félbeszakadt, és csak egy év múlva folytatódott, ismét Mátraházán. Amikor E.P. megpillantotta Elekest, már messziről így üdvözölte: "Szóval miért vesztette el Hunyadi a várnai csatát?"

Körülbelül tizenöt évvel később tanúja voltam, hogy E.P. – ugyancsak Mátraházán – hasonlóképp szólította meg Juhász Ferencet, a költőt. – Mondja, maga mivel foglalkozik? – A jelenlévők fészkelődni kezdtek, mert Juhász akkor pályájának csúcsán állt, jellegzetes arcvonásait és bajuszát az egész ország ismerte. Különös hangú költeményeit gyakran szavalták a TV-ben, tele voltak velük az irodalmi folyóiratok, sőt a napilapok is. Verseskötetei igen magas példányszámban keltek el. Ha megjelent valahol, azonnal felismerték és összesúgtak mögötte az emberek. Szemlátomást élvezte a népszerűséget, és nem volt hozzászokva az efféle kérdésekhez. – Költő vagyok! – válaszolta büszkén. – És miből él? – kérdezte E.P. ártatlanul. Ő persze viszonylag rövid időt töltött Magyarországon, szinte soha nem nézett televíziót és a folyóiratokat sem követte rendszeresen, úgyhogy nemigen hallhatott Juhászról. Semmiképpen sem akarta megbántani. Egyáltalán, kétlem, hogy valaha szándékosan megbántott bárkit.

De egy biztos: a címeknek, rangoknak, kitüntetéseknek nem tulajdonított nagy jelentőséget. Ha érdekelte egy kérdés, akkor azt akárkivel szívesen megvitatta, legyen az Einstein vagy egy taxisofőr. Jóval kevesebb negatív előítélete volt, mint ismerőseim közül bárkinek. A tiszteletbeli doktorátusokat és akadémiai tagságokat (számszerint mintegy harmincat) ugyan elfogadta, de részben öregedése jeleként könyvelte el. Mindig hozzátette – és komolyan is gondolta – hogy egy szép matematikai tételért boldogan feláldozná valamennyit.

2 Csodagyerek

Erdős Pál 1913. március 26-ikán született Budapesten. Miközben édesanyja a kórházban vajúdott, három es ötéves kislányai skarlátban meghaltak. Így E.P. egyetlen gyerekként nőtt fel, akit szülei még a széltől is óvtak. Iskoláinak több mint a felét magántanulóként végezte. Főként édesanyja és édesapja tanították, akik mindketten középiskolai matematikatanárok voltak, de különoktatókat és német kisasszonyt is fogadtak mellé. Édesapja 1920-ban tért haza az orosz hadifogságból, és ekkor beszélgetett először a fiával. Ettől kezdve angolra tanította, és bevezette a prímszámok rejtelmeibe.

A Gólyavári Esték egyikén tartott előadásában E.P. "kicsit-csodagyereknek" titulálta egykori önmagát. Négyéves korában felfedezte a negatív számokat, és fejben szorzott össze három- és négyjegyű számokat. Tizenhárom éves korától a Középiskolai Matematikai Lapok rendszeres feladatmegoldója volt, akinek fényképe minden év végén megjelent a legsikeresebb diákok arcképeinek sorában. 1930-ban iratkozott be a Pázmány Péter Tudományegyetemre, és ugyanebben az évben (17 évesen!) tette első komoly felfedezését: elemi bizonyítást talált Csebisev híres tételére, miszerint bármely pozitív egész és kétszerese között van prímszám. Büszkén idézte Nathan Fine sorait:

Chebyshev said and I say it again:

There is always a prime between n and $2n$.

21 éves korában megvédett doktori disszertációja, melyet Fejér Lipót irányítása alatt készített, e tétel messzemenő általánosításaival foglalkozik. Az egyetemi évek alatt E.P. életreszóló barátságot kötött egyebek között Gallai Tiborral, Szekeres Györggyel és Turán Pállal, akik később legközelebbi munkatársai lettek. Gyakran látogattak Kőnig Dénes gráfelméleti előadásait a Műegyetemen. Egy ott felvetett kérdéssel kapcsolatban E.P. 18 éves korában bebizonyította Menger egy alapvető tételének végtelen gráfokra való általánosítását. (Eredménye bekerült Kőnig 1936-ban megjelent klasszikus monográfiájába.) Egy évvel később született Szekeres Györggyel közös első dolgozatuk magva. Ezt a cikket méltán tekintik a Ramsey-elmélet és a kombinatorikus geometria kiindulópontjának.

1934-től 1938-ig Manchesterben dolgozott, és csak a vakációkat töltötte Budapesten. Gyakran idézte fel, hogy angliai tanulmányútja idején kellett először saját magának megvajaznia a kenyerét. Ezt elég könnyen elsajátította, de az otthoni étkezést illetően sosem lett teljesen önellátó. Egy alkalommal néhány napot egy fedél alatt töltöttünk E.P. budapesti lakásában. Amikor este beléptem a konyhába, vérszerű tócsákra lettem figyelmes. A nyomok a jégszekrényhez vezettek. Kinyitottam az ajtaját, és ott nagy meglepetésemre egy fekvő paradicsomlés dobozt találtam, melynek oldalán lyuk tátongott. E.P. nyilván szomjas volt, es némi töprengés után úgy csikart italt a kartondobozból, hogy konyhakéssel oldalbadöfte.

Az általános- és középiskolai tanulmányi versenyek, a Középiskolai Matematikai Lapok feladatmegoldó rovata és a tagozatos oktatás mindig is felszínre hoztak fiatal matematikai tehetségeket. E.P. boldogan ment előadni bárhová, ahova hívták: vidéki általános iskolákba, a Fazekas Gimnáziumba, egy besztercebányai főiskolára vagy éppenséggel a cambridge-i egyetemre. Sosem sajnálta az időt arra, hogy foglalkozzon a neki bemutatott tehetséges gyerekekkel. Legismertebb felfedezettjei talán Pósa Lajos, Máté Attila es Ruzsa Imre voltak. Pósa igazi csodagyereknek számított. Tizenkét éves volt, amikor Péter Rózsa bemutatta E.P.-nek, és egy évvel később már gráfelméleti cikkeket írt, részben E.P.-vel közösen.

E.P. "epszilon"-oknak hívta a gyerekeket. Minden pólyást imádott kézbe venni. Közben ezt kérdezte: "Hát nem csodálatos, hogy milyen nyugodt ez az epszilon?" (A szülők – különösen, ha nem ismerték őt – nem voltak mindig ilyen nyugodtak.) Repülőtéren, étteremben, az utcán bárhol lépten-nyomon leszólította a kisgyerekes szülőket. – Milyen aranyos ez a gyermek! Mondja hány éves? És úr vagy szolga? (Ezután rendszerint el kellett magyarázni a döbbent felnőtteknek, hogy a kérdés arra vonatkozik, hogy az epszilon lány-e vagy fiú.) Ha nagyobbacska volt az illető, akkor ritkán úszta meg a következő mutatványt. E.P. előkapott a zsebéből egy pénzérmét, és az egyik kézfejére helyezte. Aztán villámgyorsan elkapta a kezét, amitől a pénz esni kezdett, de még ugyanazzal a kezével el is kapta, mielőtt földet ért volna. Ettől majd minden gyerek szája tátva maradt. Vagy azért, mert értékelte a trükk nehézséget, vagy azért, mert fogalma sem volt, hogy mit magyaráz és csinál ez az idegen bácsi. Mindenesetre meglepően ritkán fakadtak sírva... Ha epszilonokról esett szó, E.P. gyakran idézett egy esetet, amikor anyukája megkérdezte valakitől, hogy hány gyereke van. – Hét! – hangzott a válasz. Annus néni, aki sosem heverte ki teljesen két kislányának tragikus halálát, erre elismerően bólintott. – Akkor maga egy gazdag asszony.

3 Szabadságharcok

Valószínű, hogy az elmúlt húsz évben nem volt Erdős Pálnál ismertebb matematikus a világon. Ismertségét és szinte példátlan népszerűségét főleg kimagasló tudományos teljesítményének köszönheti, és annak a ténynek, hogy korunk meghatározó matematikusainak jelentős részével többé-kevésbé állandó munkakapcsolatban állt. Majdnem felfoghatatlan – de komputerrel könnyen ellenőrizhető – tény, hogy 458 kollégájával írt közös cikket. Még sokkal nagyobb azoknak a száma, akiknek pályafutására E.P. problémái és több mint 1500 dolgozata döntő befolyást gyakorolt. Századunk szereti a rekordokat, a fenti számokkal pedig lehetetlen versenyre kelni!

De a számok el is bódíthatják az embert. Azt az illúziót kelthetik, mintha közelebb hoznának egy páratlan jelenség megértéséhez! Werner Herzog egyik filmjében, a különleges sorsú és gondolkodású főhőst, Kaspar Hausert halála után felboncolják. A tudósok úgy találják, hogy az átlagosnal nagyobb mája volt, és az agytekervényei is furcsák. Megkönnyebbülten lélegeznek fel: nyilván ebből eredtek Kaspar Hauser rendkívüli megnyilvánulásai! Állítólag Einstein agyát is alapos elemzésnek vetették alá, hogy megleljék zsenialitásának titkát!

E.P.-vel kapcsolatban általában azt szokták hangsúlyozni, hogy szinte szerzetesi életet élt. Úgyszólván semmilyen tulajdonnal nem rendelkezett, még könyvei sem voltak. Két félig üres bőrönddel járta a világot, melyekben a szennyesén, papírjain és pipere-táskáján kívül mindössze egy zsebrádió volt. Édesanyja 1971-ben bekövetkezett halála után többnyire egyedül utazott. Nehezen tudott két hétnél tovább egy városban maradni. A matematikusok tréfás szóhasználata szerint E.P. "mindenütt egyenletes eloszlással" található meg a föld bármely pontján. Ha találkozni akarunk vele, akkor ne utazzunk sehova! Hamarosan megjelenik... Sosem házasodott meg, és olyan állást sem vállalt, amely állandó elfoglaltsággal járt volna. Ha munkája és tudományos érdeklődése úgy diktálta, akkor nem habozott és azonnal elutazott akár Szingapúrba is. Nyugodtan vágott neki a világnak, zsebében ötven dollárral... Mindenütt, ahol matematikával foglalkoznak, szívesen látott vendég volt, tehát szállásra, pénzre nem volt gondja. Ez a szabad, semmilyen kötöttséget nem tűrő életforma nyilván hozzájárult E.P. szédületes tudományos sikereihez.

De az igazsághoz az is hozzátartozik, hogy a sors és a történelem E.P.-nek nem ajánlotta fel tálcán azt a kiegyensúlyozott polgári életformát, ami mondjuk Gaussnak megadatott. Édesanyja a Tanácsköztársaság alatt rövid ideig iskolaigazgató volt, ezért 1920-ban eltiltották a tanítástól. A fehérterror és a zsidótörvények légkörében felnövő "kicsit-csodagyerek" kezdettől fogva tudta, hogy előbb-utóbb nem lesz helye hazájában. Amikor világossá vált, hogy Németország Ausztria után Csehszlovákiát is bekebelezi, búcsút vett szüleitől és elhagyta Magyarországot. Mire tíz évvel később visszatért, édesanyján és egyik nagynénjén kívül már egyetlen közeli hozzátartozóját sem találta életben.

Szüleihez és ifjúkori barátaihoz hasonlóan mindig is baloldali érzelmű volt. De megalkuvásra nem volt hajlandó. Amint előre vetették árnyékukat a koncepciós perek, ismét csomagolt és utazott. A Rajk-per idején már az Egyesült Államokban volt – állás nélkül. Világhírű matematikus volt, mégsem dúskált a lehetőségekben. Igaz, oktatói állást hiába is ajánlottak volna neki. De például a princetoni Institute for Advanced Study ösztöndíját minden bizonnyal nem utasította volna vissza. A McCarthy korszak fejleményei növekvő aggodalommal töltötték el. Szomorúan mesélte, hogy amikor egyik barátja házából telefonálni szeretett volna Magyarországra, hogy gratuláljon édesanyja 70-ik születésnapjára, a háziak nem engedték meg neki. Nem akartak abba a gyanúba keveredni, hogy kommunistákkal állnak kapcsolatban. A félelem nem volt alaptalan. Hamarosan kiderült, hogy E.P.-ről az FBI komoly aktát állított össze.

Számontartották szerteágazó levelézését. Különösen azt nehezményezték, hogy kínai matematikusokkal (pl. Lo Keng Huával) is együttműködött. E.P. részt kívánt venni az amszterdami Nemzetközi Matematikai Kongresszuson, és ehhez amerikai visszatérő vízumot kellett kérnie. A Bevándorlási Hivatal a kérelem kivizsgálására kiküldte egyik munkatársát a Notre Dame-i egyetem matematika tanszékére, ahol E.P. annak idején dolgozott. "Mi a véleménye Marxról?" – kérdezte a tisztviselő. "Nem sokat tudok róla." – hangzott a valasz – "Csak a Kommunista Kiáltványt olvastam tőle. Kétségtelenül nagy ember volt." De végleg akkor játszotta el a vízum lehetőségét, amikor arra a kérdésre, hogy elutazna-e Magyarországra, ha ott garantálnák, hogy bármikor kiengedik, úgy válaszolt, hogy "Persze, hiszen ott él az édesanyám és a legtöbb barátom." Úgyhogy újra csomagolt, és kilenc évig vissza sem térhetett Amerikába. Ottani barátai kérve-kérték, hogy ne menjen el Amszterdamba, hanem várjon egy évet és folyamodjék újabb vízumért. Harold Shapiro, akinél utolsó amerikai estéjét töltötte, elkeseredetten ostorozta: – Legszívesebben leütnélek és megkötöznélek, hogy itt maradj! – Üss le! – mondta E.P. szomorúan, de elhatározásához ragaszkodott. Kennedynek kellett hatalomra jutnia ahhoz, hogy E.P. ügyét 1963-ban felülvizsgálják.

1955. augusztusától kezdve E.P. minden évben néhány hónapot Magyarországon töltött. A sorozat azonban – ismét politikai okoknál fogva – 1973-ban két évre megszakadt. E.P. 60-ik születésnapjának tiszteletére a Bolyai Társulat nagyszabású kombinatorikai konferenciát rendezett Keszthelyen, több száz résztvevővel. A magyar hatóságok néhány izraeli meghívottól megtagadták a beutazási engedélyt. E.P.-t az eljárás mélységesen felháborította. Hevesen tiltakozott Aczél Györgynél, de tiltakozása hatástalan maradt. Megfogadta, hogy hosszú ideig nem jön Magyarországra. 1976-ban aztán mégis visszatért, hogy még élve láthassa egyik legjobb barátját, Turán Pált.

E.P. állandó vándorlásait tehát korántsem pusztán nyughatatlan természete magyarázza. Mindig a szabadságot választotta, és ezért súlyos áldozatokat vállalt. Se Hitlernek, se Józsefnek (Joszif Sztálin után igy titulálta a Szovjetúniot és általában a kommunista hatalmakat), se Samunak (Amerikának) nem engedte meg, hogy mozgásában és tevékenységében korlátozzák. Nem gondolta úgy, hogy a nagyhatalmak örökkévalóak, de József hirtelen összeomlása őt is váratlanul érte. 1989. tavaszán fogadtam vele 5000 forintban, hogy egy éven belül megszűnik a Szovjetúnió. A fogadást elvesztettem, de E.P. később elismerte, hogy az "erkölcsi győztes" én vagyok. Némi aggodalommal hozzátette:

Once Sam and Joe went up the hill
To fetch a pail of water.
And Joe fell down and broke his crown
And Sam came tumbling after.

4 Aranykor

Erdős Pál 1956. óta a Magyar Tudományos Akadémia tagja. Általában fittyet hányt a címeknek, de az MTA tagságot biztos, hogy kicsit komolyabban vette. Gyakran repült haza néhány napra tengerentúlról csak azért, hogy ott lehessen az Akadémia tagválasztó közgyűlésén, és leadhassa voksát. Ha valamelyik kollégáját levelező taggá választották, általában így gratulált: "Örülök, hogy megválasztottak félistennek".

Édesanyjával együtt évente általában többször is eltöltött néhány hetet az MTA mátraházai üdülőjében. Az üdülővendégek zöme tudós volt, de mindig akadt egy-két író is (Bárány Tamás, Gyárfás Miklós, Juhász Ferenc, Karinthy Ferenc, Palotai Boris, Váci Mihály). Igyekezett úgy intézni, hogy Turánékkal és szüleimmel egyidőben is kapjon beutalót. Ilyenkor az üdülő étkezőjében többnyire egy asztalnál terítettek mindnyájunknak, vagyis összesen tíz embernek. A többi asztalnál általában kevés ember ült. Idősebb házaspárok, akik alig szólaltak meg. Gyakran irígykedve pislogtak felénk; a mi asztalunknál mindig zajlott az élet. A három Pál: Erdős (E.P.), Turán (T.P.) és édesapám (P.P.) ontották a történeteket. (Régi szokásuk volt, hogy nevük kezdőbetűin szólították egymást. Úgy, ahogy egy újságcikket ír alá a szerző.) A társalgást színezte, hogy E.P. gyakran angolul beszélt az édesanyjához, aki 81 éves korától kezdve gyakran elkisérte külföldre. Annus néni ekkor kezdett angolul tanulni. Sosem felejtem el, ahogy fiához fordult: – Palkó, hogy mondják angolul azt, hogy szilva? – Plömm, anyuka, plömm! – hangzott a válasz. Szinte bámulatos, hogy bár E.P. 8 éves korában kezdett angolul tanulni, és 21 éves korától kezdve élete legnagyobb részét angol nyelvterületen töltötte, angol kiejtésén ez mit sem érződött. Nemrég angol nyelvű portréfilmet késztettek róla, melyben számos magyar matematikus is megszólalt. E.P. az egyetlen, akinek angol beszédét a rendező angolul feliratozta... Nem volt jó hallása, és nem is kedvelte különösebben a zenét. Turán munka közben imádott zenét hallgatni, és remekül ismerte a klasszikus zeneirodalmat. Ha E.P. belépett a szobájába, azonnal megkérdezte T.P.-t: "Mi ez a lárma?"

E.P. es T.P. (Turán) kedvenc közös játékai közé tartozott klasszikus magyar költemények híres sorainak átírása. Meghatározó témájuk általában az öregség és a butaság volt, a két legnagyobb csapás, melytől rettegtek.

Megöregedve es megbutultan,
Bárcsak lennék hosszan kinyúltan.

Vagy – Petőfi után szabadon:

Butul az öreg,
Eliramlik a tétel!

Ady szavainak enyhe ferdítésével:

Mást nem tudunk már,
Csak verset át- meg átírni,
És sírni, sírni, sírni.

E.P. mindig büszkén idézgette ezeket a "remekléseket", melyek színvonala olykor némi kivánnivalót hagyott maga után. Az utóbbi időben – T.P. halála után csaknem 20 évvel – gyakran már nem is tudta, hogy melyik sor származik tőle és melyik T.P.-től. Adyt és a nyugatosokat különben az ő generációjuk nagyon nagy becsben tartotta. Valahányszor Ady szóba került, E.P. rögtön megjegyezte: "Nagyon nagy költő volt, de trivi (értsd: rossz) ember. Egy úrhoz (értsd: nőhöz), aki annyi jót tett vele, nem szabadott volna olyan verset írni, mint az Elbocsájtó szép üzenet..."

“Pingpongozz velem es megmondom ki vagy!” – mondta T.P., aki mindig is kedvelte a sportokat. Valóban, ha odafigyel az ember, akkor gyakran megsejtheti, hogy partnere mennyire találékony, mennyire nagyvonalú, hogyan viseli a kudarcot, nehéz helyzetekben miként tud összpontosítani, hajlamos-e a pánikra stb. Amint E.P. az asztal mögé állt, világos volt, hogy amatőr, nem lehet nehéz ellenfél. Egészen furán fogta az ütő nyelét, mintha nem szeretné vele összepiszkolni a kezét. A szervái is komolytalanok voltak, le lehetett csapni őket. És ekkor jött a meglepetés! A lecsapást könnyedén hárította. Elképesztő reflexei voltak. Nehéz elhessegetni a gondolatot, hogy E.P. idegszálain valahogy az átlagosnál gyorsabban közlekedtek az impulzusok. Turán sokkal technikásabb volt. Tollszárfogásban játszott, látványos mozdulatokkal. Nagyon büszke volt rá, hogy egyszer a Queen Mary fedélzetén pingpong-versenyt nyert. E.P.-vel óriási küzdelmeket vívtak. T.P. profiként mozgott, helyezkedett, E.P. pedig egy helyben állt és blokkolta az ütéseket. Amikor nem találta el a labdát, felkiáltott: “fasizmus”! Mindketten szívesen játszottak a gyerekekkel. Majdnem mindig nyertek. Ha jól sikerült nekünk egy-egy ütés, E.P. elismerően jegyezte meg: – Né, még küzd az epszilon! Még harcol! – Még 1984-ben is megvert Calgaryban (Eric Milnerék házának pincéjében), pedig ekkor már erősen romlott a látása. A magas labdákat szinte egyáltalán nem látta.

A három Pál (E.P., P.P. és T.P.) nagyokat kirándult a hegyekben. E.P. főleg a társaság kedvéért szeretett sétálni. No meg azért, mert mindig jót tesz egy kis testedzés. T.P. szerette a sűrű erdőket és általában a természetet. Szívesen derített fel új ösvényeket – akárcsak a matematikában –, ezért nem egyszer lekéstük az ebédet. Egyik jelszava az volt, hogy “a járatlan utat a jártért el ne hagyd”. Mindnyájukban volt valami kamaszosan ellenállhatatlan vágy arra, hogy minden előttük magasodó dombot megmásszanak. A mátraházai üdülőtől nem messze van egy elég magas, acélvázas kilátótorony. Három meredek vaslétrán kell felmászni ahhoz, hogy az ember feljusson a csúcsára. A létrák jópár foka hiányzik, az építményt meglehetősen elhanyagolták. E.P. – barátai intése ellenére – egész a legutóbbi időkig ragaszkodott hozzá, hogy felkapaszkodjon rá. Sosem felejtem el, hogy 1975. nyarán a már gyengülő T.P. milyen elszántan vette be ugyanezt a kilátót.

Élénken emlékszem arra is, ahogy E.P. és T.P. együtt dolgoztak Mátraházán. Gyakran Sós Vera és Rényi Alfréd (akit mindenki csak Bubának szólított) is csatlakozott hozzájuk. Turán sokszor korholta E.P.-t, hogy zagyvaságot beszél, fogalmazzon precízen! E.P. lenyűgöző gyorsasággal gondolkodott, és ugyanilyen ütemben, “lóugrásokban” akarta elmondani az ötleteit. (Csak sok évvel később, amikor végzős hallgatóként először dolgoztam együtt az akkor már valószínűleg egy fokkal lassabb E.P.-vel, akkor értettem meg igazán T.P. tiltakozásainak okát. Néha egy napomba tellett, hogy kibogozzam E.P. egy ötletét, melyet 5 perc alatt mondott el.) Sokszor Vera nagynéném oldotta meg a helyzetet, aki a fél szavakból hamarabb szűrte le a bizonyítás lényegét. A jelenetet Rényi fergetegesen szellemes aranyköpései tarkították, melyeket még egy epszilon (értsd: gyerek) is nagyra értékelt. Mikor végül elcsendesedett a szín, és a nagyok elvonultak sétálni, pingpongozni vagy feketézni, akkor odalopóztam az asztalhoz, hogy belelessek a "magas matematikába", a szerteszét heverő jegyzetekbe. Még a lélegzetem is elállt, amikor megpillantottam a munka eredményét: csupa krikszkraksz, betűk, nyilak! Rögtön tudtam, hogy valami ilyesmivel szeretnék foglalkozni. Nyilván ez az a titokzatos nyelv, melyen a világegyetem törvényei íródtak. Máskülönben hogyan is tudna lázba hozni ennyi ragyogóan tehetséges világhírű tudóst. Bizony, mindnyájan akkor voltak pályájuk csúcsán! "Sejtettek és bizonyítottak", iskolákat teremtettek, nagyhatású könyveket és cikkeket publikáltak, és keresztül-kasul bejárták a világot. Pekingtől Edmontonig az összes valamirevaló egyetemen előadtak. Körüllengte őket a nagyvilág levegője. Finom tweedzakóban jártak, zsebrádiót hallgattak és olyan cipőket hordtak, melyekhez nem kell cipőfűző! Egy tinédzser észreveszi az ilyesmit!

5 Harc a Disznófejű Nagyúrral

E.P. világképéhez legközelebb a francia felvilágosodás eszméi álltak. Mélyen hitt benne, hogy az emberiség nagy problémái racionális úton megoldhatóak. A maga módján mindent megtett azért, hogy az igazságot szolgálja. Anatole France Bukott angyalok című művének alapötletét profán módon továbbfejlesztve a végzetet "Legfelsőbb Fasisztának" (Supreme Fascist) titulálta. (A fasizmus ifjúságának meghatározó élménye volt, így nem csoda, ha a gonoszságot ezzel azonosította.) Tréfásan úgy fogalmazott, hogy az élet tulajdonképp egy társasjáték, melyben csak a Legfelsőbb Fasiszta nyerhet. Két pontot kap, ha valami aljasságot követünk el, és egyet, ha nem akadályozunk meg valamilyen aljasságot. Mi nem kaphatunk pontot, de az a célunk, hogy a Legfelsőbb Fasiszta se szerezzen túl sokat. E.P. e játék nagymesterei közé tartozott. Mindenkin segített, akin tudott. Pénzét szétosztogatta rászoruló ismerősei között, és mindig azt mondta, hogy tartsák meg, ameddig jól esik. Ha egyszer netán meggazdagodnak, akkor visszaadhatják. Ugyanígy vállalt jogi és pénzügyi garanciát egy számára szinte ismeretlen fiatal lányért, akiről hallotta, hogy Bécsbe szeretne költözni, hogy megvalósítsa álmát és ott járhasson konzervatóriumba. (Mára befejezte tanulmányait és hivatásos énekesnő lett.) Édesanyja 1971-ben bekövetkezett halála után E.P. budapesti lakását vagy külföldi vendégek használták, vagy régi barátok (Lee Lorch, Szegő Gábor, Szekeres György), vagy olyan kollégák, akik átmeneti lakásgondokkal küszködtek.

Sokszor emlegette, hogy az amerikaiak korántsem voltak olyan megértőek a "másság" iránt 1938-ban, mint manapság. Princeton környékén számos előkelő városrészből ki voltak tiltva a zsidók és az olaszok ("restricted neighborhood"). Az egyetemen és az intézetben sokan nem nézték jó szemmel a kissé különc E.P.-t, aki gyermeki nyíltsággal közeledett kollégáihoz, és sokszor hívatlanul is bekopogott hozzájuk, hogy egy matematikai kérdést feltegyen. Azt sem értették, hogy miért nincs csekk-könyve, miért nem vesz házat és miért nem pályázik meg egy tisztességes egyetemi oktatói állást. E.P. ontotta a szebbnél szebb eredményeket, de ösztöndíját az 1939-es évre az Institute for Advanced Study nem hosszabbította meg. Neumann János – aki sokakhoz hasonlóan pontosan tisztában volt E.P. rendkívüli kvalitásaival – a kisujját sem mozdította meg az érdekében. Biztos ez az élmény is közrejátszott abban, hogy E.P. mindig megpróbált segíteni az olyan, kissé különc matematikusoknak, akikről ugyan köztudomású volt, hogy tehetségesek, de valamely oknál fogva sokan kerülték őket. Politikai tapasztalatai pedig arra sarkallták, hogy minden olyan ügyben felemelje a hangját, amikor valamilyen szervezet, hatóság vagy kormány belegázol egy ember életébe. Tisztelte kommunista barátait, akik részt vettek a fasizmus elleni földalatti mozgalmakban, és egyaránt megjárták a nácizmus és a sztálinizmus poklait. Tisztelte azokat az amerikai polgárjogi aktivistákat is, akik sokszor állásukkal fizettek elveikért. De jóval kisebb ügyekben is állást foglalt. Legutóbb a waterloo-i egyetem díszdoktorátusáról mondott le, mert egyik kollégájával az egyetem igazságtalanul bánt.

1948-ban óriási szenzációként járta be a tudományos világot a hír, hogy Princetonban Atle Selberg E.P.-vel közösen elemi bizonyítást talált a prímszámtételre. Vagyis arra az alapvető tényre, hogy az n-nél kisebb prímek száma aszimptotikusan $n/\log n$-nel egyenlő. E.P. és Selberg megállapodtak abban, hogy eredményüket együtt fogják közzétenni, annak pontos feltüntetésével, hogy a bizonyítás egyes lépései kitől származnak. Sajnos nem így történt. Állítólag Selberg fülébe jutott, hogy "Erdős és még valaki" elemi bizonyítást adott a prímszámtételre. Ez annyira bántotta, hogy a bizonyítás egy változatát egyedül publikálta. Részben ezért az eredményéért 2 évvel később megkapta a Nobel-díjhoz mérhető elismerést jelentő Fields-érmet. Hamarosan E.P. is közzétette a témával kapcsolatos eredményeit. Bár dolgozatát az Amerikai Matematikai Társaság 1951-ben (a kisebb presztízzsel járó) Cole-díjjal jutalmazta, E.P. szerepét a prímszámtétel elemi bizonyításában sokan alulértékelték. A legridegebben ismét a princetoni kollégák bántak vele. Einstein egykori munkatársa, Ernst Straus hátrahagyott egy néhány oldalas írást, melyben az esettel kapcsolatos emlékeit idézte fel. Kikötötte, hogy csak az érintettek halála után tehetik közzé.

Bárki mást levert volna a fenti eset, és elvette volna a kedvét a közös munkától. De E.P.-t őszintén hidegen hagyta, hogy kap-e Fields-érmet vagy sem. Csak az esett rosszul neki, hogy egy munkatársát (Selberget) örökre elveszítette. Ahogy korábban is tette, megállás nélkül járta a világot, ontotta magából a kérdéseket, sejtéseket, bizonyításokat. Nála nagyvonalúbb és önzetlenebb embert nem ismertem. Amerre csak járt, matematikai felfedezések születtek. Mindenütt újabb híveket szerzett a matematikának. Problémafelvető cikkei még évtizedekre elegendő témával, ötlettel és megoldásra váró kérdéssel halmozzák el az érdeklődőket. Meggyőződésem, hogy hat évtizede vezetett naplói is sok meglepetést tartogatnak.

Erdős szerint a Legfelsőbb Fasiszta egyik legaljasabb szórakozása, hogy eltitkolja előlünk a legszebb matematikai tételeket és természeti törvényeket. E.P. ezen a téren is döntő hadjáratokat nyert ellene. Tucatnyi olyan tételt és bizonyítást talált, melyeket évszázadok múlva is biztosan idézni fognak, ha lesz kinek. Például a következő indukciós gondolatmenetet, mellyel azt igazolja, hogy az n-nél nem nagyobb prímek szorzata legfeljebb

4^n.

Ha $n \leq 4$, akkor az állítás nyilván igaz. Tegyük fel, hogy az állítást már bebizonyítottuk minden n-nel kisebb pozitív egészre, és most n-re is igazolni akarjuk. Feltehető, hogy n páratlan. Ekkor azon p prímek szorzata, melyek nem nagyobbak n-nél, így írható:

$$\prod_{p \leq n} p = \prod_{p \leq \frac{n+1}{2}} p \cdot \prod_{p > \frac{n+1}{2}} p.$$

A jobb oldalon az első szorzat az indukciós feltevés alapján legfeljebb $4^{(n+1)/2}$. És itt következik egy brilliáns, tipikusan Erdős-féle ötlet. Vegyük észre, hogy a második szorzat felülről becsülhető az $\binom{n}{\frac{n+1}{2}}$ binomiális együtthatóval, mert ennek prímfelbontása az összes $(n+1)/2$-nél nagyobb prímet tartalmazza! Ezért

$$\prod_{p \leq n} p \leq 4^{\frac{n+1}{2}} \cdot \binom{n}{\frac{n+1}{2}} \leq 4^{\frac{n+1}{2}} \cdot 2^{n-1} = 4^n,$$

és ezt akartuk igazolni. Megjegyzendő, hogy a fenti állításból könnyen adódik a prímszámtétel egyik felének kissé gyengébb változata: az n-nél kisebb prímek száma legfeljebb $cn/\log n$, ahol c egy alkalmas konstans.

E.P.-t annyi helyre hívták előadni, nem mehetett el mindenhova. Édesanyja gyakran figyelmeztette: – Palkó, te sem lehetsz egyszerre két különböző helyen!

De végül ez is bekövetkezett.